



22067407

**ÉTUDES MATHÉMATIQUES**  
**NIVEAU MOYEN**  
**ÉPREUVE 1**

Mercredi 3 mai 2006 (après-midi)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS**

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Répondez à toutes les questions dans les espaces prévus à cet effet.
- À moins qu'il en soit indiqué autrement dans l'énoncé de la question, toutes les réponses numériques doivent être exactes ou données avec trois chiffres significatifs corrects.



Le maximum des points sera attribué aux réponses correctes. Lorsque la réponse est fausse, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Si cela est nécessaire, les calculs peuvent être poursuivis en dessous de la case réservée à la réponse. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des graphiques sont utilisés pour trouver la solution, veuillez inclure un croquis de ces graphiques dans votre réponse.

1. Le diagramme de Venn ci-dessous représente l'ensemble universel des nombres réels  $\mathbb{R}$  et quelquesuns de ses sous-ensembles remarquables :

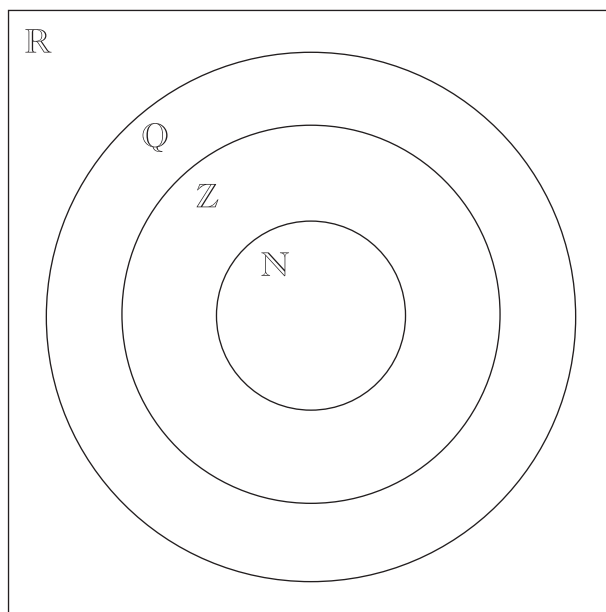
$\mathbb{Q}$  : les nombres rationnels ;

$\mathbb{Z}$  : les entiers relatifs ;

$\mathbb{N}$  : les entiers naturels.

Écrivez les six nombres suivants à l'endroit correct dans le diagramme.

$$-1; 1; \pi; \frac{7}{16}; 3,333\dot{3}; \sqrt{3}$$

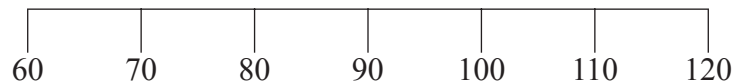


Résolution :

2. Les hauteurs (cm) des jeunes plants dans un échantillon sont données ci-dessous.

6	3, 7	Légende : 6   3 représente 63 cm
7	2, 5, 8	
8	3, 6, 6, 8, 8	
9	2, 5, 7, 8	
10	3, 6, 6	
11	2, 2	

- (a) Donnez le nombre de jeunes plants dans l'échantillon.
- (b) Donnez les valeurs :
- (i) de la médiane ;
- (ii) du premier et du troisième quartile.
- (c) Calculez l'étendue.
- (d) En utilisant l'échelle ci-dessous, dessinez un diagramme à boîtes et moustaches pour ces données.



*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

3. La réponse **exacte** à un problème est  $x = 0,1265$ .

- (a) Donnez la valeur **exacte** de  $x$  sous la forme  $a \times 10^k$  où  $k$  est un entier et  $1 \leq a < 10$ .
- (b) Donnez la valeur de  $x$  avec **deux** chiffres significatifs.
- (c) Calculez le pourcentage d'erreur si  $x$  est donné avec **deux** chiffres significatifs.

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



4. Étant donné les propositions

$p$  : Le soleil brille.

$q$  : Je porte mon chapeau.

- (a) Écrivez, sous forme verbale, la signification de  $q \Rightarrow \neg p$ .
- (b) Complétez la table de vérité.

$p$	$q$	$\neg p$	$q \Rightarrow \neg p$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

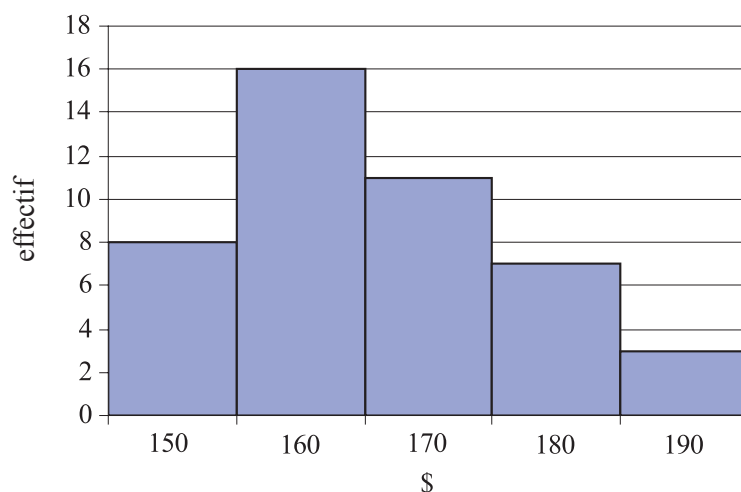
- (c) Écrivez en symboles la réciproque de  $q \Rightarrow \neg p$ .

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

5. L’histogramme ci-dessous montre la somme d’argent dépensée en nourriture chaque semaine par 45 familles. **Les sommes ont été arrondies à la dizaine de dollars la plus proche.**



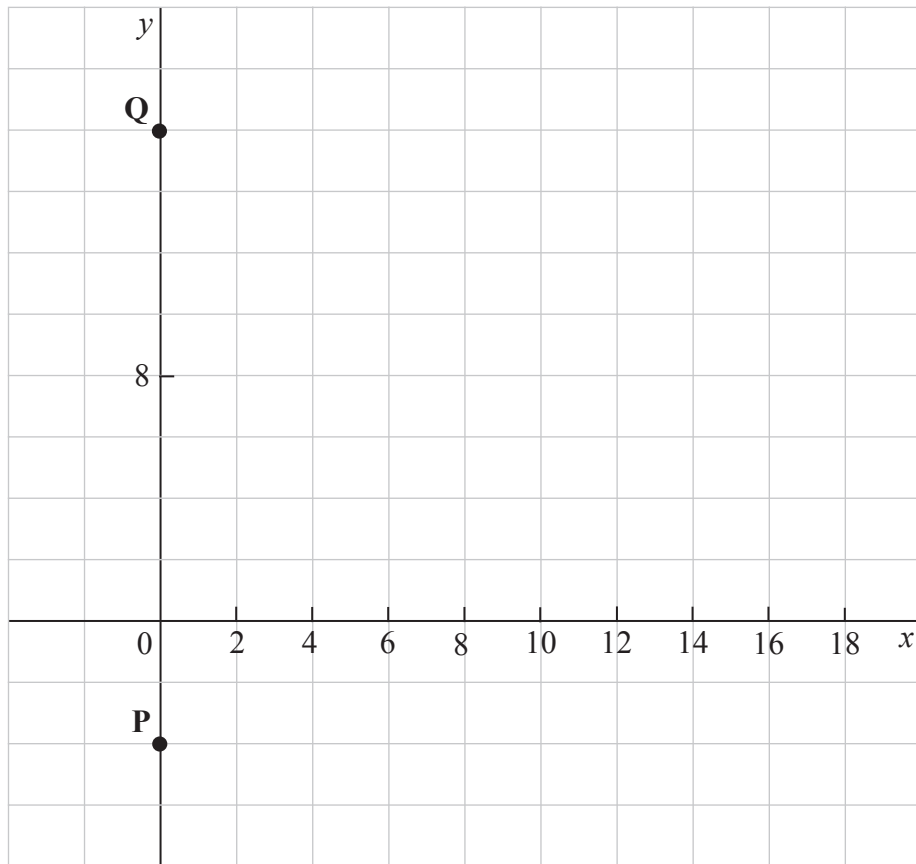
- (a) Calculez la somme moyenne dépensée en nourriture par les 45 familles.
- (b) Trouvez la **somme maximale possible** qu’une famille dans le groupe **modal** a pu dépenser.
- (c) Indiquez lequel des montants ci-dessous ne pourrait **pas** être la somme totale dépensée par l’ensemble des familles du groupe modal.
- (i) 2430 \$      (ii) 2495 \$      (iii) 2500 \$      (iv) 2520 \$      (v) 2600 \$

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

6. Les points  $P(0 ; -4)$ ,  $Q(0 ; 16)$  sont représentés sur la figure.



- (a) Placez le point  $R(11 ; 16)$ .
- (b) Calculez la mesure de l'angle  $QPR$ .

$M$  est un point de la droite  $PR$ .  $M$  est à 9 unités de  $P$ .

- (c) Calculez l'aire du triangle  $PQM$ .

*Résolution :*

*Réponses :*

- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

7. La fonction  $Q(t) = 0,003t^2 - 0,625t + 25$  représente la quantité d'énergie dans une pile après  $t$  minutes d'utilisation.
- (a) Indiquez la quantité d'énergie contenue dans la pile juste avant qu'on commence à s'en servir.
  - (b) Calculez la quantité d'énergie disponible après 20 minutes.
  - (c) Étant donné que  $Q(10) = 19,05$ , trouvez la quantité moyenne d'énergie produite par minute pendant l'intervalle  $10 \leq t \leq 20$ .
  - (d) Calculez le nombre de minutes qu'il faut pour que l'énergie atteigne zéro.

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



8. Dans un groupe de quinze élèves, trois noms commencent par la lettre B et quatre commencent par un G. Les huit noms qui restent commencent par A, C, D, E, F, H, I et J respectivement.

Les 15 noms sont placés dans une boîte. On secoue la boîte et deux noms sont tirés.

Trouvez la probabilité que :

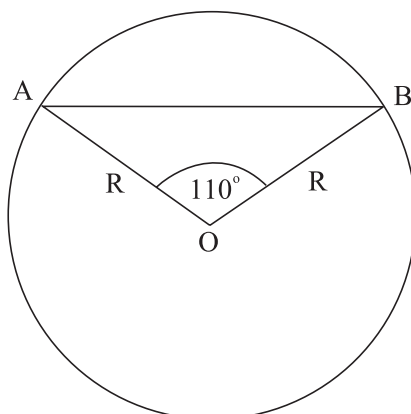
- (a) les deux noms commencent par n'importe quelle lettre sauf G ou B ;
- (b) les deux noms commencent par la même lettre ;
- (c) les deux noms commencent par la lettre H.

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

9. La figure représente un cercle de rayon  $R$  et centre  $O$ . Un triangle  $AOB$  est dessiné à l'intérieur du cercle. Les sommets du triangle sont le centre,  $O$ , et deux points  $A$  et  $B$  sur la circonférence. L'angle  $AOB$  mesure  $110^\circ$ .



- (a) Étant donné que l'aire du cercle est  $36\pi \text{ cm}^2$ , calculez la longueur du rayon  $R$ .
- (b) Calculez la longueur  $AB$ .
- (c) Indiquez la longueur  $L$  du côté d'un carré ayant la même aire que le cercle donné.

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

- 10.** Sven voyage en Europe. Il retire 800 \$ de son compte d'épargne et les change en euros. La banque locale achète les euros à 1 \$ : 0,785 € et vend les euros à 1 \$ : 0,766 €.
- (a) Utilisez le taux approprié ci-dessus pour calculer la somme que recevra Sven en euros.
  - (b) Supposez que le voyage a été annulé. Combien recevra-t-il si les euros qu'il a reçus dans la partie (a) sont rechangés en dollars ?
  - (c) Combien Sven a-t-il perdu après ces deux transactions ? Exprimez votre réponse comme un pourcentage des 800 \$ originaux de Sven.

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

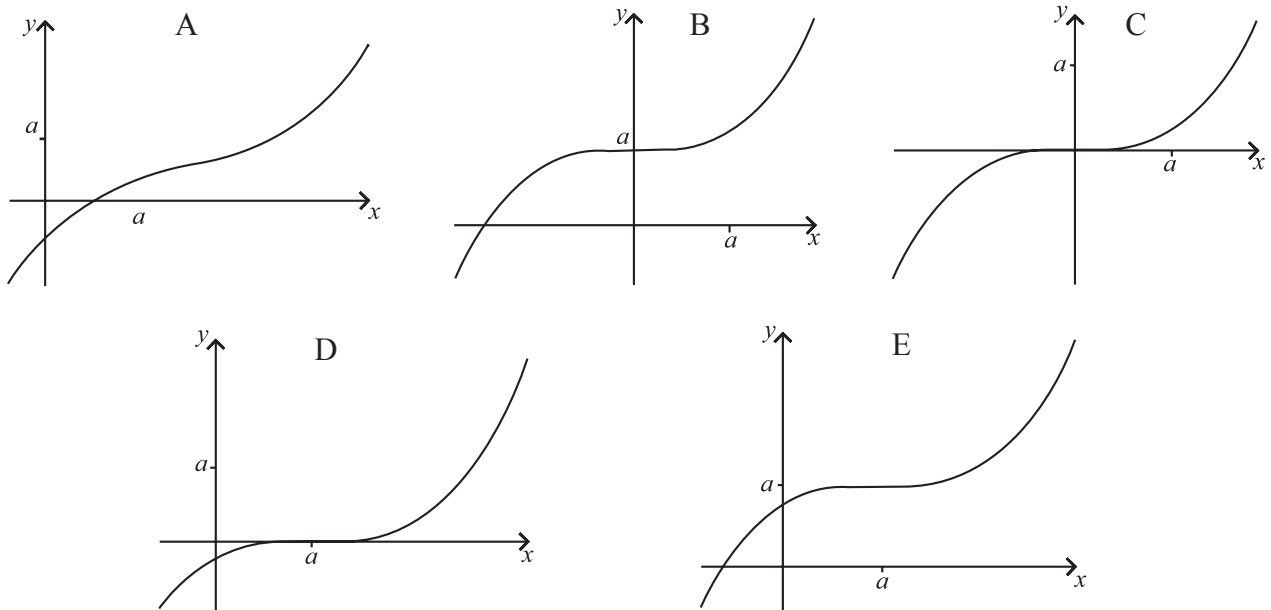
11. Jacques peut acheter six CD et trois cassettes vidéo pour 163,17 \$  
ou il peut acheter neuf CD et deux cassettes vidéo pour 200,53 \$.
- (a) Exprimez les informations ci-dessus en utilisant deux équations reliant le prix des CD et le prix des cassettes vidéo.
  - (b) Trouvez le prix d'une cassette vidéo.
  - (c) Si Jacques a 180 \$ à dépenser, trouvez la somme exacte de monnaie qu'il recevra s'il achète neuf CD.

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

12. Les figures suivantes représentent les courbes de  $y = f(x)$  avec  $f(x)$  pris parmi diverses fonctions du troisième degré. La valeur de  $a$  est positive.



- (a) Dans le tableau ci-dessous, écrivez, dans la case en face de chaque fonction du troisième degré, la lettre correspondant à la courbe représentative de  $y = f(x)$ .  
(Note : une des courbes n'est **pas** représentée dans ce tableau)

fonction du troisième degré $f(x)$	courbe
$f(x) = x^3 + a$	
$f(x) = (x - a)^3 + a$	
$f(x) = x^3$	
$f(x) = (x - a)^3$	

- (b) Donnez l'**unique** courbe qui représente une fonction croissante pour **chaque** valeur de  $x$ .  
(c) Donnez le nombre de courbes qui admettent en un certain point l'axe des abscisses  $x$  comme tangente.

Résolution :

Réponses :

- (b) \_\_\_\_\_  
(c) \_\_\_\_\_

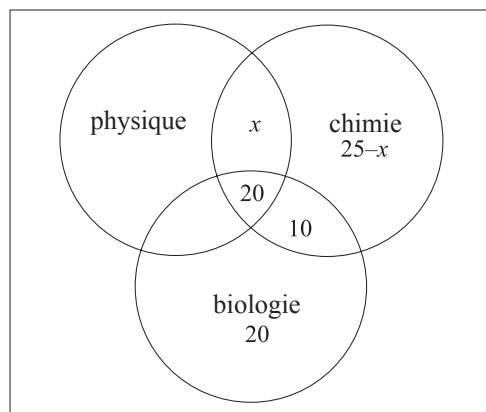


13. Dans une certaine école il y a 90 élèves qui étudient pour leur diplôme du BI. On leur demande d'étudier **au moins l'une** de ces matières : la physique, la biologie et la chimie.

50 élèves étudient la physique,  
 60 élèves étudient la biologie,  
 55 élèves étudient la chimie,  
 30 élèves étudient à la fois la physique et la biologie,  
 10 élèves étudient à la fois la biologie et la chimie mais pas la physique,  
 20 élèves étudient les trois matières à la fois.

Soit  $x$  le nombre d'élèves qui étudient à la fois la physique et la chimie mais pas la biologie.  
 Alors  $25 - x$  est le nombre de ceux qui étudient seulement la chimie.

Le diagramme ci-dessous montre quelques-unes de ces informations et vous pouvez l'utiliser pour votre solution.



$U$  avec  $n(U) = 90$

- Exprimez le nombre d'élèves qui étudient la physique seulement, en fonction de  $x$ .
- Trouvez  $x$ .
- Déterminez le nombre d'élèves qui étudient **au moins deux** de ces matières.

*Résolution :*

*Réponses :*

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_



14. Une fonction  $f(x)$  est définie par  $f(x) = 3x^4 + \frac{2}{x} - \frac{x}{4} + 1$ , ( $x \neq 0$ ).

(a) Calculez la dérivée seconde  $f''(x)$ .

(b) Trouvez la valeur de  $f''(x)$  au point  $\left(1; \frac{23}{4}\right)$ .

*Résolution :*

*Réponses :*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_



15. Deux fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  sont données par

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad g(x) = \sqrt{x}, \quad x \geq 0.$$

(a) Esquissez les courbes de  $f(x)$  et  $g(x)$ , ensemble dans le même repère en utilisant des valeurs de  $x$  entre  $-3$  et  $3$ , et des valeurs de  $y$  entre  $0$  et  $2$ . Vous devez légender chaque courbe.

(b) Donnez le nombre de solutions qui existent pour l'équation  $\frac{1}{x^2 + 1} - \sqrt{x} = 0$ .

(c) Trouvez une solution de l'équation donnée dans la partie (b).

*Résolution :*

*Réponses :*

(b) \_\_\_\_\_  
(c) \_\_\_\_\_